حل تشریحی

دینامیک سازه

دکتری ۹۸

تهیه: تیام شیرزادی

@phd_omran

۲۱- در یک تیر افقی صلب یکنواخت به طول L و جرم کل M با تکیه‌گاه ساده در انتهای چپ و تکیه‌گاه ارتجاعی در انتهای راست، عبارت نیروی اینرسی در معادله ارتعاش برحسب درجه آزادی چرخشی در تکیه‌گاه ساده (θ) و تحت اثر نیروی دینامیکی متمرکز قائم $P(t)$ اعمالی در تکیه‌گاه ارتجاعی، چه ضریبی از $\ddot{\theta}$ (شتاب چرخشی) است؟

۱) $\frac{ML^2}{3}$ ۲) $\frac{ML^3}{3}$ ۳) $\frac{ML^2}{4}$ ۴) $\frac{ML^3}{4}$

۲۲- تابع شکل مکانی برای تحلیل دینامیکی یک تیر افقی طره یکنواخت به طول L و تحت اثر نیروی دینامیکی محوری $P(t)$ در انتهای آزاد آن در مدل معادل یک درجه آزادی، کدام است؟ (محور x منطبق بر محور تیر با مبدأ در تکیه‌گاه گیردار، فرض می‌شود)

۱) $\frac{x}{L^2}$ ۲) $\frac{x}{L}$ ۳) xL ۴) xL^2

۲۳- در تحلیل دینامیکی یک سازه معادل یک درجه آزادی در حالت زلزله، برای محاسبه حداکثر نیروی اعمالی به سازه، دلیل صرف‌نظر از نیروی میرایی کدام است؟

۱) اصل بقای جرم ۲) صفر شدن سرعت ۳) دوری از حالت تشدید ۴) تأثیر خیلی ناچیز

۲۴- در یک آزمایش ارتعاش آزاد برای یک سازه معادل یک درجه آزادی، دامنه نوسان بعد از سه سیکل کامل به نصف تقلیل یافته است. درصد میرایی سازه چند درصد برآورد می‌شود؟ ($\mathbf{Ln2 \simeq 0/7}$)

۱) ۵/۷

۲) ۴/۷

۳) ۳/۷

۴) ۲/۷

۲۵- در تحلیل دینامیکی یک سازه معادل یک درجه آزادی تحت اثر نیروی هارمونیک، چنانچه نسبت پریود ارتعاش آزاد به پریود بارگذاری (β) مقدار بزرگی باشد، در این‌صورت ضریب بزرگنمایی دینامیکی به سمت کدام مقدار میل خواهد کرد؟

۱) $\frac{1}{\beta^2}$

۲) $\frac{1}{1-\beta^2}$

۳) $\frac{1}{\beta}$

۴) $\frac{1}{1-\beta}$

۲۶- یک سازه معادل یک درجه آزادی به وزن 10ton و پریود ارتعاش آزاد برابر $0/6\text{sec}$ تحت اثر بار ضربه‌ای مستطیل شکل با مدت تداوم $0/15\text{sec}$ و نیروی 10ton قرار می‌گیرد. تغییر مکان سازه در لحظه $0/2\text{sec}$ چند cm تخمین زده می‌شود؟ ($10\frac{m}{s^2}$ ، $g \simeq 10$ ، $\pi \simeq 3$ ، سینوس $0/4$، $0/5$ و $0/6$ رادیان به ترتیب برابر $0/39$، $0/48$ و $0/56$ می‌باشند)

۱) ۰/۲۷

۲) ۰/۷۲

۳) ۲/۷

۴) ۷/۲

۲۷- در یک تیر ساده با مدل پیوسته، پریود مود اصلی ارتعاش در حالت بارگذاری گسترده یکنواخت نسبت به حالت بارگذاری متمرکز معادل در وسط دهانه، چگونه است؟

۱) برابر ۲) متغیر ۳) کمتر ۴) بیشتر

۲۸- در یک سازه سه درجه آزادی، ماتریس جرم و بردار مود دوم بصورت زیر می‌باشند. بردار مود دوم مقیاس شده برای اینکه مقدار عبارت $\{\phi\}_2^T[M]\{\phi\}_2$ برابر یک شود، کدام است؟

$$[M]=\begin{bmatrix}3&0&0\\0&4&0\\0&0&2/5\end{bmatrix},\{\phi\}_2=\begin{Bmatrix}1\\-3\\2\end{Bmatrix}$$

۱) $\begin{Bmatrix}\frac{1}{3}\\-1\\\frac{2}{3}\end{Bmatrix}$

۲) $\begin{Bmatrix}\frac{1}{5}\\-\frac{3}{5}\\\frac{2}{5}\end{Bmatrix}$

۳) $\begin{Bmatrix}\frac{1}{7}\\-\frac{3}{7}\\\frac{2}{7}\end{Bmatrix}$

۴) $\begin{Bmatrix}\frac{1}{9}\\-\frac{1}{3}\\\frac{2}{9}\end{Bmatrix}$

@phd_omran

۲۹- ماتریس‌های جرم و سختی یک سازه دو درجه آزادی با هماهنگی مقیاس واحد به شرح زیر می‌باشند. پریود مود اول سازه چند ثانیه است؟

$$[M]=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},[K]=\begin{Bmatrix}10&-6\\-6&10\end{Bmatrix}$$

۱) 2π

۲) π

۳) $\frac{\pi}{2}$

۴) $\frac{\pi}{3}$

۳۰- با توجه به اطلاعات سوال ۲۹، اگر پریود ارتعاش آزاد در مود دوم سازه برابر $\frac{\pi}{۲}$ ثانیه باشد، مود دوم ارتعاش سازه کدام است؟

۱) $\begin{Bmatrix} ۱ \\ -۰/۵ \end{Bmatrix}$

۲) $\begin{Bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{Bmatrix}$

۳) $\begin{Bmatrix} ۱ \\ -۱/۵ \end{Bmatrix}$

۴) $\begin{Bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{Bmatrix}$

۳۱- در تحلیل دینامیکی یک ساختمان چند طبقه، شرایط اولیه (در صورت وجود) در محاسبه تغییر مکان کدام طبقه لحاظ می‌شود؟

۱) فقط طبقه اول ۲) فقط طبقه آخر ۳) همه طبقات ۴) هیچکدام از طبقات

۳۲- کدام تابع شکلی در تحلیل دینامیکی ارتعاش قائم (جانبی) یک تیر ساده با مقطع یکنواخت و طول L به روش رایله تحت اثر نیروی گسترده یکنواخت، نمی‌تواند بکارگرفته شود؟ (محور x منطبق بر محور افقی تیر فرض می‌شود)

۱) $\psi(x)=\frac{x}{L}(\frac{x}{L}-۱)$

۲) $\psi(x)=\sin\frac{\pi x}{L}(\frac{x}{L}-۱)$

۳) $\psi(x)=\sin\frac{\pi x}{L}$

۴) $\psi(x)=۱-\cos\frac{\pi x}{۲L}$

@phd_omran

۳۳- چنانچه منحنی رفتار غیرخطی یک سازه تا حداکثر تغییر مکان برابر ۵cm به صورت $f_s=۸\left[\frac{u}{۳}-\frac{۱}{۴}(\frac{u}{۳})^۲\right]$ (u تغییر مکان برحسب cm و f_s نیروی سختی برحسب ton/cm) باشد، در تحلیل دینامیکی، مقدار سختی مماسی آن در تغییر مکان برابر ۳cm چند ton/cm برآورد می‌شود؟

۱) ۲/۳

۲) ۳/۲

۳) ۴/۵

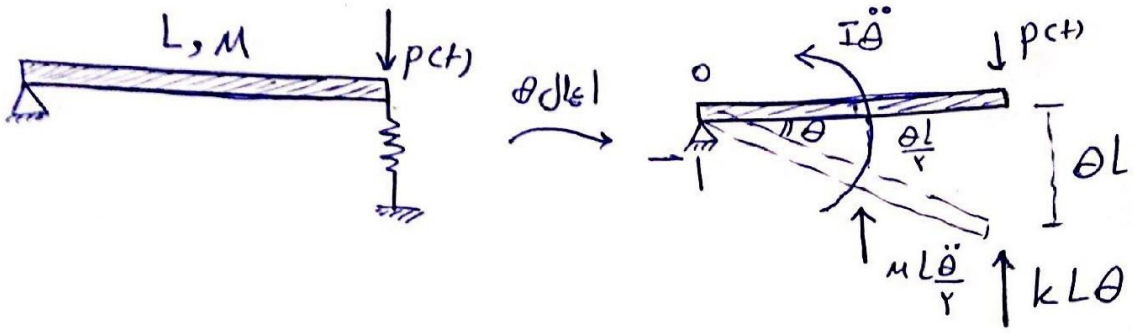
۴) ۵/۴

تخصصی ترین دپارتمان

دکتری عمران کشور

@phd_omran

۲۱) گزینه ۱ صحیح است.



$$\Sigma M_O = 0 \rightarrow I\ddot{\theta} + mL\frac{\ddot{\theta}}{2}\left(\frac{L}{2}\right) + kL\theta(L) = p(t)L$$

$$\xrightarrow[\text{برای میله به طول } L \text{ و جرم } m]{I = \frac{1}{12}mL^2} \left(\frac{1}{12}mL^2\right)\ddot{\theta} + \left(\frac{mL^2}{4}\right)\ddot{\theta} + (kL^2)\theta = p(t)\cdot L$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{mL^2}{3}\right)\ddot{\theta} + (kL^2)\theta = p(t)\cdot L \xRightarrow{\text{ضریب } \ddot{\theta}} \left(\frac{mL^2}{3}\right)$$

@phd_omran

۲۲) گزینه ۲ صحیح است.

یکی از خصوصیات تابع شکل این است که در دورترین فاصله (یا بیشترین جابجایی) مقدار آن یک می‌باشد که فقط در گزینه ۲ به ازای $x=L$، تابع شکل ۱ می‌شود.

---

۲۳) گزینه ۲ صحیح است.

حداکثر نیروی اعمالی به سازه در بیشترین جابجایی رخ می‌دهد ($F_{max} = k \cdot u_{max}$) و می‌دانیم زمانی که u_{max} رخ می‌دهد، سرعت صفر است [تبدیل کل انرژی جنبشی به انرژی کشسانی فنر] و صفر شدن سرعت باعث می‌شود نیروی میرایی صفر شود زیرا نیروی میرایی با سرعت ارتباط مستقیم دارد [$F_d = c \cdot \dot{u}$]

۲۴ گزینه ۳ صحیح است.

$$\xi \simeq \frac{\ln\left(\frac{u_n}{u_{n+2}}\right)}{2\pi(2)} = \frac{\ln 2}{4\pi} = \frac{0.7}{4\pi}$$

$$\frac{1}{\pi} \simeq 0.3 \longrightarrow \xi = \frac{0.7 \times 0.3}{6} \simeq 0.037 \longrightarrow \xi = 3.7\%$$

---

۲۵ گزینه ۱ صحیح است.

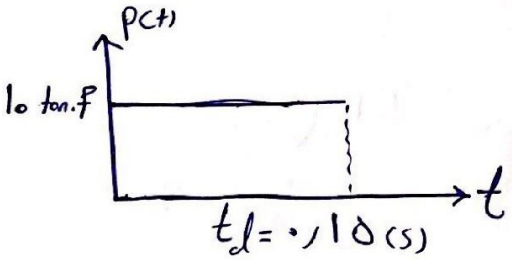
$\beta \gg 1$ یعنی $\beta \to \infty$

ضریب بزرگنمایی دینامیکی $R_d =$

$$\Rightarrow \lim_{\beta\to\infty} R_d = \lim_{\beta\to\infty} \frac{1}{|1-\beta^2|} = \lim_{\beta\to\infty} \frac{\text{بزرگترین دره جواب}}{\text{بزرگترین دره صفحه}} = \boxed{\frac{1}{\beta^2}}$$

---

۲۶ گزینه ۴ صحیح است



$w = 10$ ton.f $\longrightarrow m = 10$ ton $= 10 \times 10^3$ kg

$T = 0.6$ (s) $\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.6} = 10 \left(\frac{rad}{s}\right)$

$\Rightarrow \frac{t_d}{T} = \frac{0.15}{0.6} = \frac{1}{4}$ $\longrightarrow$ می‌توان از روش تقریبی استفاده کرد

$0.2 - 0.15$

$$\Rightarrow u(t) = \frac{\int p(t)\,dt}{m\omega} \sin\omega(t - t_d) = \frac{10 \times 10 \times 10^3\,[N] \times 0.15\,(s)}{10 \times 10^3\,[kg] \times 10\left(\frac{rad}{s}\right)} \cdot \sin 0.5$$

$$\Rightarrow u(t=2) = \left[\frac{15}{100} \times \frac{48}{100}\right](m) = \frac{15 \times 48}{100}(cm) = 7.2\,(cm)$$

۲۷) گزینه ۱ صحیح است.

پریود سد داملی به خصوصیات فیزیکی سیستم [جرم و سختی] ربط دارد و بارگذاری تأثیری بر پریود سازه ندارد.

---

۲۸) گزینه ۳ صحیح است.

جرم متمرکز، مود دوم:

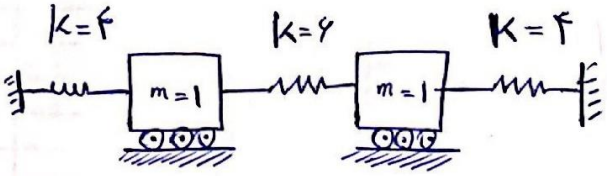
$$M_2 = \{\Phi_2\}^T [M] \{\Phi_2\} = (1 \quad -3 \quad 2) \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{Bmatrix} = 49$$

$$\underset{\text{نرمالیزه شده}}{\Phi_2} = \frac{1}{\sqrt{M_2}} \{\Phi_2\} = \frac{1}{\sqrt{49}} \begin{Bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{7} \\ -\frac{3}{7} \\ \frac{2}{7} \end{Bmatrix}$$

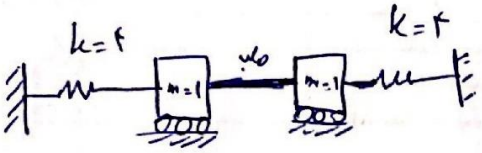
@phd_omran

۲۹) گزینه ۲ صحیح است.

براساس ماتریس جرم و سختی بیان شده



با توجه به تقارن سازه، برای بدست آوردن فرکانس اول سازه کافیست نصف جرم را حذف کنیم:



$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}} = 2\pi \sqrt{\frac{1+1}{4+4}} = \pi$$

۳۰) گزینه‌ی ۲ صحیح است.

$$T_2 = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4\left(\frac{rad}{s}\right) \Rightarrow \omega_2^2 = 16$$

مود دوم:

$$\left[K - m\omega_2^2\right]\left\{\phi_2\right\} = \left\{0\right\}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 10-1(16) & -6 \\ -6 & 10-1(16) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Longrightarrow \left(\phi_{11} = -\phi_{21}\right) \Rightarrow \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

---

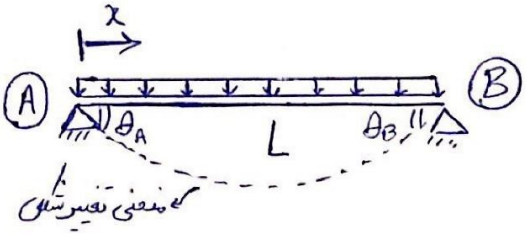
۳۱) گزینه‌ی ۴ صحیح است.

در تحلیل ارتعاش آزاد سیستم‌های چندرجه آزادی در صورت وجود سرعت و یا جابه‌جایی اولیه به صورت یک تابع برداری در تحلیل ارتعاش آزاد وارد می‌شود و روی دیگر درجات آزادی تأثیر دارد. به عبارت دیگر در صورت وجود سرعت یا جابه‌جایی اولیه، تمام درجات آزادی درگیر خواهند بود.

پس اگر شرایط اولیه‌ای به یک سازه اعمال شود، جابه‌جایی «همه‌ی طبقات» باید در نظر گرفته شود.

@phd_omran

۳۲) گزینه‌ی ۴ صحیح است.



$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_A \neq 0 \Rightarrow \Psi_{(x=0)} \neq 0 \\ \theta_B \neq 0 \Rightarrow \Psi_{(x=L)} \neq 0 \\ \Delta_A = 0 \Rightarrow \Psi_{(x=0)} = 0 \\ \Delta_B = 0 \Rightarrow \Psi_{(x=L)} = 0 \end{cases}$$

[شرایط مرزی موجود]

@phd_omran

بررسی گزینه‌ی ۴:

$$\Psi_{(x)} = 1 - \cos\frac{\pi x}{2L} \xrightarrow{x=0 \text{ به ازای}} \Psi_{(x=0)} = 1-1 = 0 \Rightarrow \text{ok}$$

$$\Psi_{(x=} = 1 - \cos\frac{\pi x}{2L} \xrightarrow{x=L \text{ به ازای}} \Psi_{(x=L)} = 1 \Rightarrow$$

شرایط مرزی را ارضاع نمی‌کند.

---

۳۳) گزینه‌ی ? صحیح است.

سختی ما می برابر شیب نمودار نیرو- جابه‌جایی می باشد؛ پس:

$$k_s = f'_s = 8\left[\frac{1}{4} - \frac{a}{18}\right] \xrightarrow{a=4} k_s = 8\left[\frac{1}{4} - \frac{4}{18}\right]$$

$$\Rightarrow k_s = 8\left[\frac{1}{9}\right] = \frac{8}{9} = \frac{4}{4} = 1,44$$