

# حل تشریحی تحلیل و مقاومت

کنکور دکتری 97

**حل: پیام شیرزادی**

زمستان 96

**کانال تخصصی کنکور دکتری عمران:**

**@phd\_omran**

۱- چنانچه داخل لوله ای جدار نازک به شعاع  $R$  و به ضخامت  $t = \frac{R}{14}$  و مدول

ارتجاعی  $E$ ، با مصالحی به مدول ارتجاعی  $\frac{E}{8}$  پر شود، در این صورت بار

کمانش اولیه ستن لوله ای توپر چند برابر ستن مشابه لوله ای توخالی خواهد بود؟

۲، ۱، ۵، ۲، ۱، ۷، ۵، ۲، ۱، ۵، ۲

۲، ۱، ۷، ۵، ۲

۲، ۱، ۷، ۵، ۲

۲، ۱، ۷، ۵، ۲

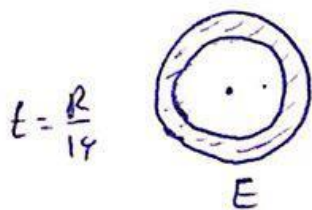
@phd\_omran

حل: کمترین استعاب است:

$$\frac{P_{cr2}}{P_{cr1}} = \frac{(EI)_2}{(EI)_1} \Leftrightarrow P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2}$$

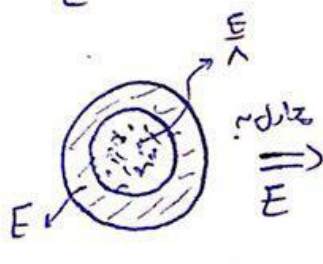
بار کمانش اولیه:

« حالت اول »

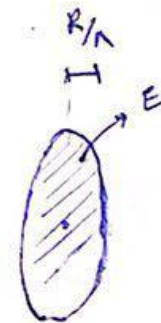


$$(EI)_1 = E \times \pi R^3 t = \frac{E \pi R^4}{14}$$

« حالت دوم »



+



به مدول الاستیسیته بزرگتر تبدیل کردیم.

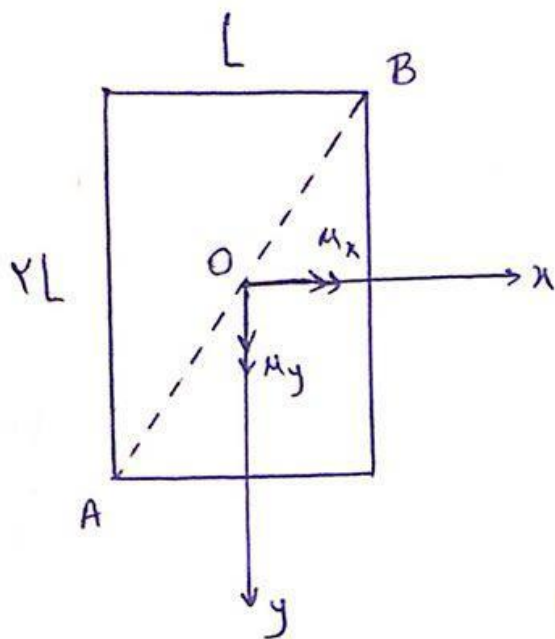
$$\Rightarrow (EI)_2 = E \left[ \frac{\pi R^4}{14} + \frac{\pi}{4} \cdot R \cdot R \right] = \frac{3 E \pi R^4}{32}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{cr2}}{P_{cr1}} = 1.5$$

۲- ضلع مستطیلی بدنه بر مابین شش تحت اثر همزمان گسره‌های خمشی  $M_x$

و  $M_y$  قرار گرفته است. نسبت  $M_x \sim M_y$  چقدر باشد تا اینکه عیار AB

کمره خمشی شود؟



$-\frac{1}{2} \times 2$	$\frac{1}{2}$ "۱"
$-2$ "۴"	$2$ "۳"

@phd\_omran

حل: گزینوی  $y =$  ضلع است.

تارخشی عیارهای خمشی است که تنش در هر نقطه‌ای آن صفر است یعنی  $G_B = 0$

می باشد پس:

$$G_B = \frac{M_x \cdot L}{I_x} + \frac{M_y \cdot \frac{L}{2}}{I_y} = 0 \Rightarrow \frac{M_x}{I_x} = \frac{-M_y}{2I_y}$$

$$\Rightarrow \frac{M_y}{M_x} = -2 \frac{I_y}{I_x} = -2 \frac{\frac{1}{12} (L)^3}{\frac{1}{12} (2L)^3} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

۳- در اثر اعمال گزینشی  $T$  در مقطعی لوله ای جدار نازک، تنش برشی  $\tau$

ایجاد شده است. چنانچه علاوه بر  $T$ ، گزینشی  $M = T$  نیز به مقطع اعمال

شود، تنش برشی حداکثر مقطع چند برابری شود؟

$$\sqrt{3} \quad 0.3$$

$$\sqrt{2} \quad 0.3$$

$$3 \quad 0.2$$

$$2 \quad 0.1$$

دارد، مسئله

حل: گزینشی  $M = T$  به مقطع است.

$$\tau_{max_1} = \tau = \frac{T}{\gamma A_{mt}} = \frac{T}{\gamma \pi R^2 t}$$

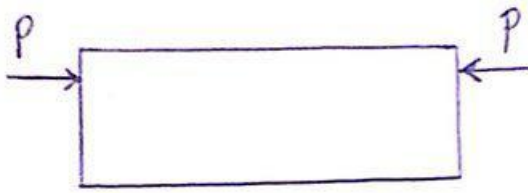
$$\tau_{max_2} = \sqrt{\left(\frac{6}{\gamma}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{\left(\frac{MR}{\gamma I}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\Rightarrow \tau_{max_2} = \sqrt{\left(\frac{TR}{\gamma \pi R^2 t}\right)^2 + \left(\frac{T}{\gamma \pi R^2 t}\right)^2} = \sqrt{\tau^2 + \tau^2} = \sqrt{2} \tau$$

$$\Rightarrow \frac{\tau_{max_2}}{\tau_{max_1}} = \frac{\sqrt{2} \tau}{\tau} = \boxed{\sqrt{2}}$$

۴- نیروهای P در دو سطح استرایی بدنه کوتاه مطابق شکل (در جهت محور z) در نقطه A

از سطح واری شوند. نسبت تنش حداکثر کششی به تنش حداکثر فشاری چقدر است؟

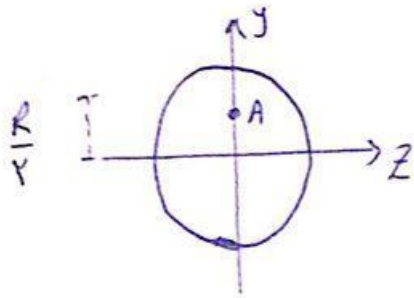


$$\frac{1}{2} \pi r^2$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2$$

$$3r^2$$

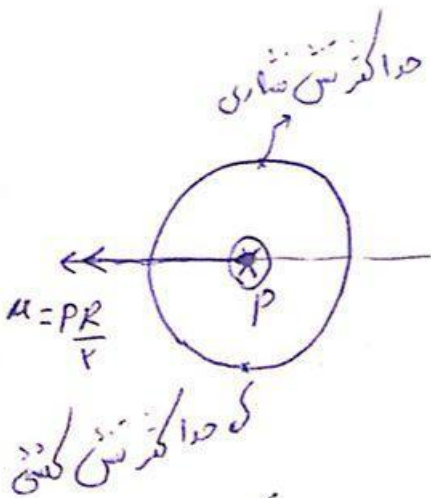
$$2r^2$$



@phel\_omran

حل: گزینیم! مدیج است.

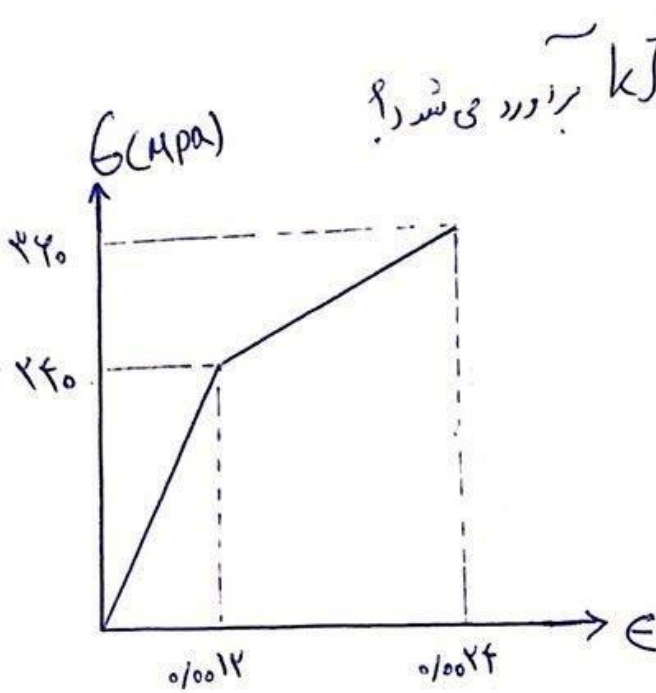
بار P را به مرکز سطح منتقل کنیم:



$$\Rightarrow \frac{\sigma_{t_{max}}}{\sigma_{c_{max}}} = \frac{\frac{Mc}{I} - \frac{P}{A}}{\frac{Mc}{I} + \frac{P}{A}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{t_{max}}}{\sigma_{c_{max}}} = \frac{\frac{\frac{PR}{v} \times R}{\frac{\pi}{4} R^4} - \frac{P}{\pi R^2}}{\frac{\frac{1}{2} PR \times R}{\frac{\pi}{4} R^4} + \frac{P}{\pi R^2}} = \frac{\frac{P}{\pi R^2}}{\frac{2P}{\pi R^2}} = \left[ \frac{1}{2} \right]$$

۱- به ای با ضرس مسالعی که رفتار آن از منحنی مسالعی شکل تبعیت می کند در آزمون تحت بار محوری، تا کرنش ۰/۰۰۲۴ به پیش می رود و در این کرنش، بار برداری می شود. مقدار انرژی تلف شده چند ژول بر آورد می شود؟



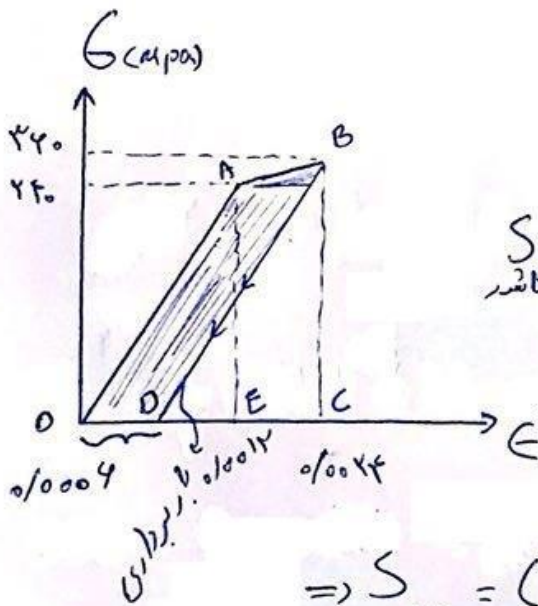
۱ « ۱۸۰

۲ « ۲۸۰

۳ ضرس مسالعی وجود ندارد

۴ مدل ارتجاعی باید مشخص باشد

حل: کرنش! صریح است.



انرژی انرژن = سطح زیر منحنی بعد از بار برداری =  $S$  تا شد

$$S = \left( \begin{array}{l} \text{مساحت مثلث} \\ \text{OABC} \\ \text{تا شد} \end{array} + \begin{array}{l} \text{مساحت مثلث} \\ \text{BDC} \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow S = \left( 12 \times 10^{-4} \times \frac{240}{2} + 12 \times 10^{-4} \times \frac{1}{2} (240 + 320) \right) \text{ تا شد}$$

$$\left( 18 \times 10^{-4} \times 320 \times \frac{1}{2} \right) = 180 \times 10^{-3} \left( \frac{N}{m^2} \right) \xrightarrow[\text{واحد } m^3]{\text{بانهض حجم}} U = 180 \text{ kJ}$$

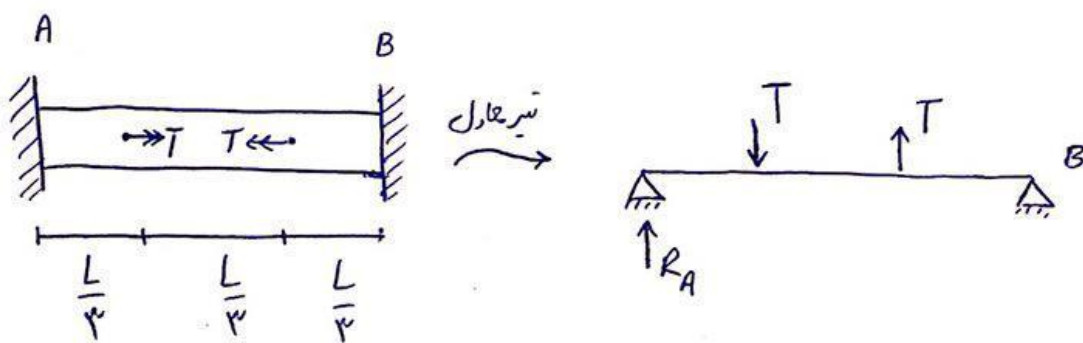
۲- یک تیر دوسرگیردار درفاصله‌ی یک سوم طول دهانه از تکیه‌گاه سمت چپ، تحت اثر  
لنگر متعکزی به‌شکل  $T$  و در جهت خلاف لنگر پدیشی مابقی قرار می‌گیرد. لنگرهای  
عکس‌العجل تکیه‌گاهی برابر کدام مقدار است؟

۱۵ صفر

۳  $T$ ۲  $\frac{T}{2}$ ۱  $\frac{T}{3}$ 

@phd\_omran

حل: گزینی ۱ = صحیح است.



$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_A(L) + T\frac{L}{3} = T\left(\frac{2L}{3}\right)$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{T}{3}$$

۷- در این جسم استوانه‌ای تدریجی با مقطع به شعاع خارجی  $R_2$  و شعاع داخلی  $R_1$ ، چنانچه

تمام اجزای مقطع،  $\tau$  برابر شود، مقاومت بیضی‌شکل مقطع چند برابر می‌شود؟

۸ «۴

۶ «۴

۴ «۲

۲ «۱

حل: گزینه ۴ صحیح است.

$$\tau_{max} = \frac{T R_2}{\frac{\pi}{2} (R_2^4 - R_1^4)} = \tau_w \quad (\text{شش مجاز برشی})$$

$$\Rightarrow T (\text{مقاومت برشی}) = \frac{\tau_w \cdot \frac{\pi}{2} (R_2^4 - R_1^4)}{R_2}$$

با دو برابر کردن  $R_1$  و  $R_2$  داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2^4}{2} = 8$$



۱- مقطع مستطیلی با ارتفاع  $h$  و عرض  $b$  از دو جنس مختلف تشکیل شده به

طوری که این چهارم فوقانی و تحتانی دارای مدول ارتجاعی  $E_1$  و یک دوم بیانی

دارای مدول ارتجاعی  $E_2$  می باشد. نسبت  $E_1$  به  $E_2$  چقدر باشد تا نصف نرسد

خمشی اعمالی به مقطع توسط جنس بیانی تحمل شود؟

۹۰۴

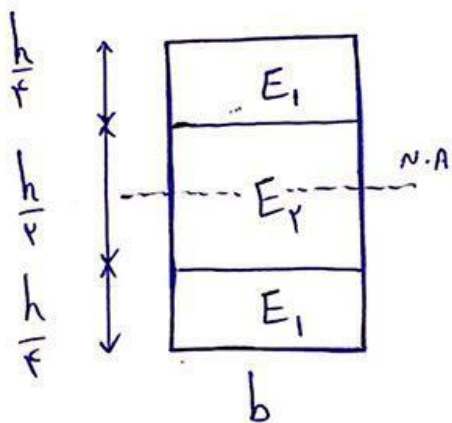
۷۱۳

۵۱۲

۳۱۱

@phd\_omran

حل: گزینه ۳ صحیح است.



$$M_c = \frac{(EI)_c}{\sum (EI)_i} \times M$$

$$\Rightarrow M_{\text{بیانی}} = \frac{M}{3} = \frac{E_2 \times \frac{b(h/3)^3}{12} \times M}{E_2 \times \frac{b(h/3)^3}{12} + 2 \left[ E_1 \left( \frac{b(h/3)^3}{12} + b \frac{h}{3} \times \left( \frac{h}{3} \right)^2 \right) \right]}$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{2A}{F} = \boxed{V}$$

\* دقت شود همان انبساطی ها نسبت به N.A کل  
مقطع کا سه می شود \*

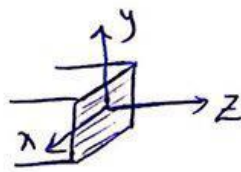
۹- بر اساس اندازه گیری های انجام شده در تخته ای از بدنه ی خارجی یک جسم خارجی از بار خارجی، کرنش های اصلی بردی سطح بدنه برابر  $0/001$  و  $0/0005$  می باشد. کرنش

عمود بر سطح بدنه در نقطه ی فوق حدوداً "چقدری" باشد؟ ( $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0/25$ )

$0/0002$  «۱  
 $-0/0003$  «۲  
 $0/0004$  «۳  
 $-0/0005$  «۴

حل: گزینی صحیح است.

بدنه ی خارجی یک جسم  
 عاری از بار خارجی



$$\epsilon_x, \epsilon_y \neq 0$$

$$\Rightarrow \sigma_z = 0$$

$$\rightarrow \epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu \sigma_x - \nu \sigma_y) \Rightarrow \epsilon_z = \frac{-\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \quad \text{I}$$

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \end{cases} \Rightarrow \sigma_x + \sigma_y = \frac{E}{1-\nu} (\epsilon_x + \epsilon_y) \quad \text{II}$$

$$\text{I, II} \Rightarrow \epsilon_z = \frac{-\nu}{1-\nu} (\epsilon_x + \epsilon_y) \rightarrow \epsilon_z = \frac{-1/4}{1-1/4} \left( \frac{1}{1000} + \frac{0.5}{10000} \right) = -0/0005$$

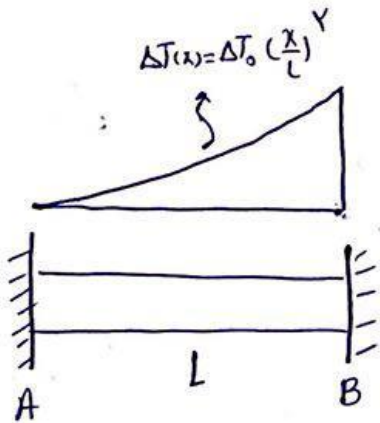
۱۰- یک تیر دوسرگیردار به طول دهانه  $L$ ، سطح مقطع  $A$ ، مدول ارتجاعی  $E$  و ضریب انبساط حرارتی  $\alpha$  به پهنای غیر یکدست با رابطه  $\Delta T(x) = \Delta T_0 \left(\frac{x}{L}\right)^2$  درازت داده می شود. (سواً مقدمات در تکیه که گیردار سمت چپ قرار دارد). مقدار تنش قائم حداکثر در میله چه ضریبی از  $E \propto \Delta T_0$  می باشد؟

۱ « ۴

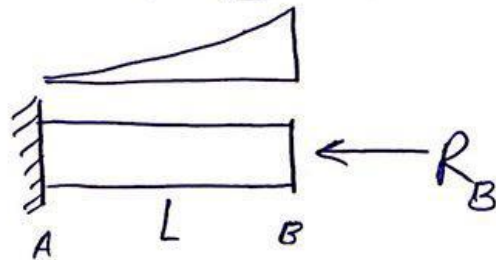
۲ « ۳

۳ « ۲

۴ « ۱



حل: کرنش  $\epsilon =$  ضریب انبساط؟



$$\Delta_B = 0 \rightarrow \frac{R_B \cdot L}{EA} = \int_0^L \alpha \cdot \Delta T(x) \cdot dx$$

$$\Rightarrow \frac{6L}{E} = \alpha \Delta T_0 \int_0^L \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx \Rightarrow \frac{6L}{E} = \alpha \Delta T_0 \cdot \frac{L}{3}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{3} E \alpha \cdot \Delta T_0$$

۱۱- در یک تیر دوسرگرم دار با صلبیت خمشی  $EI$ ، نیروی متحرکز  $P$  در نقطه  $D$

بینا صوری  $L_1$  از  $A$  (تکیه گاه سمت چپ) و  $L_2$  از  $B$  (تکیه گاه سمت

راست) اعمال می شود. اگر قدر مطلق گشتاور در  $A$  و  $B$  به ترتیب  $a$  و  $b$  باشند،

قدر مطلق گشتاور در  $D$  کدام است؟

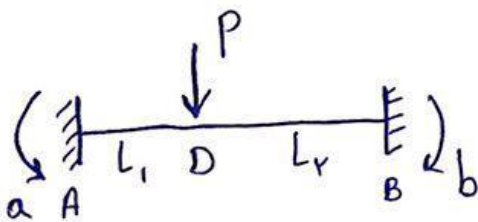
$$\frac{aL_2 + bL_1}{2L_1L_2} \quad \text{«۲»}$$

$$\frac{aL_1 + bL_2}{2L_1L_2} \quad \text{«۱»}$$

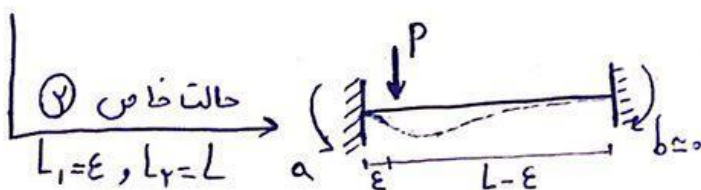
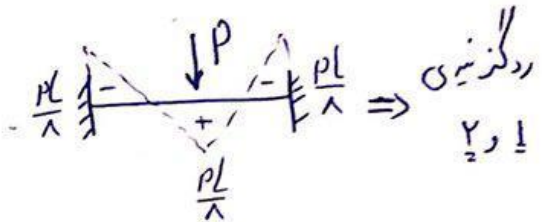
$$\frac{aL_2 + bL_1}{L_1 + L_2} \quad \text{«۴»}$$

$$\frac{aL_1 + bL_2}{L_1 + L_2} \quad \text{«۳»}$$

حل: گزینه ۳ صحیح است.



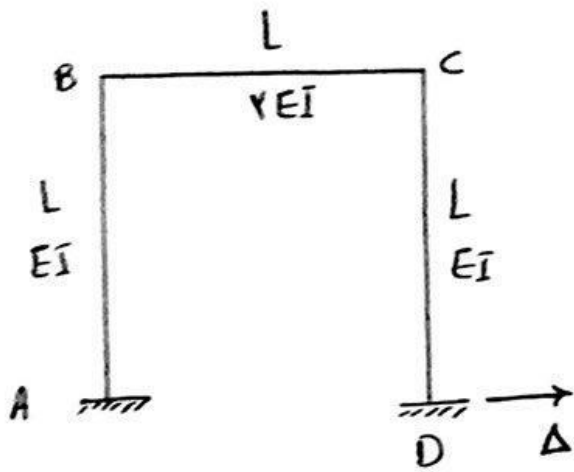
حالت خاص ①  
 $L_1 = L_2 = \frac{L}{2}$



حالت خاص ②  
 $L_1 = \epsilon, L_2 = L$   
 $\Rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b = 0 \end{cases} \rightarrow$  گزینه ۳ صحیح است

۱۲- در قاب نشان داده شده، گستر  $M_{BC}$  در اثر تغییر مکان اتی  $\Delta$  در تکیه گاه D

صفری از  $\frac{EI\Delta}{L^2}$  است؟

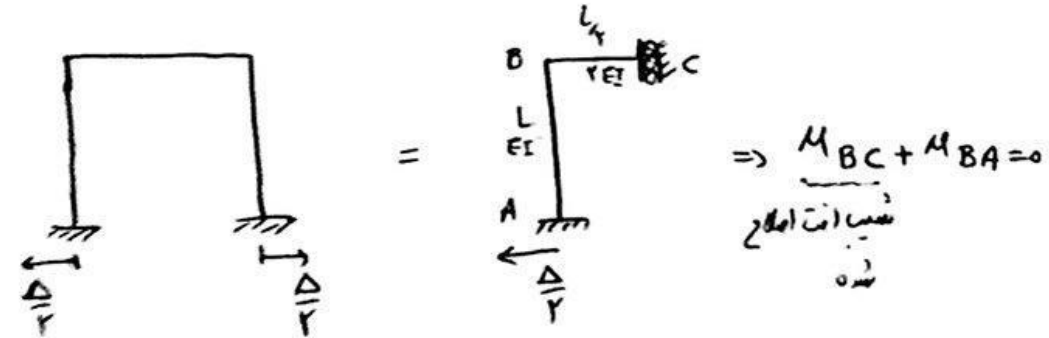
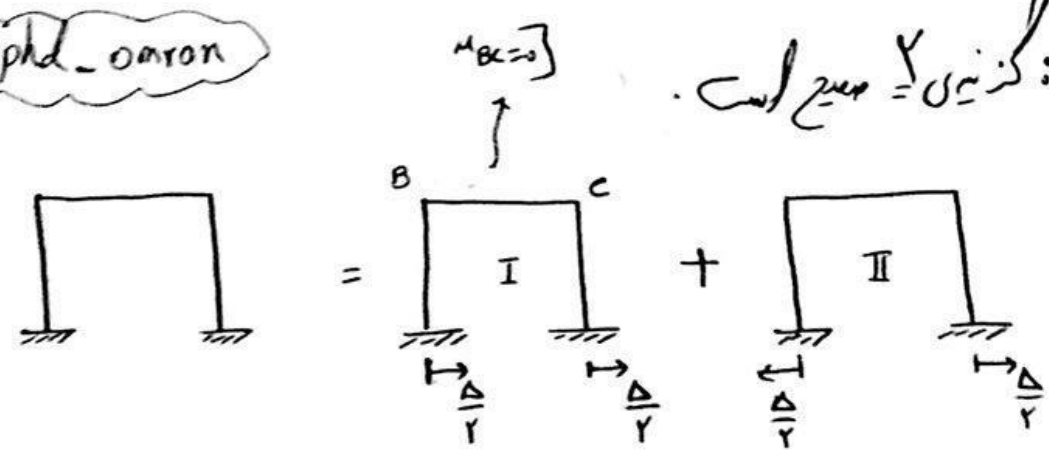


$\frac{3}{2}$  و  $3$

$\frac{1}{2}$  و  $1$

@ phd\_omron

حل: گزینش صفر است.

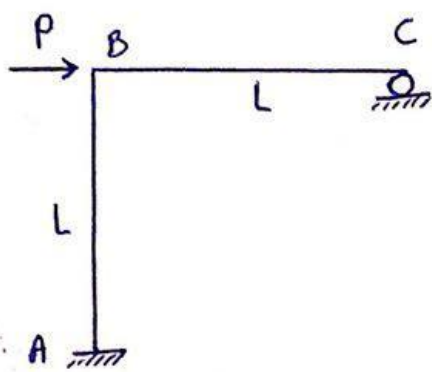


$\Rightarrow M_{BC} + M_{CA} = 0$   
تعیینات اصلاح شده

$$\Rightarrow \frac{2EI}{L} (\theta_B - 0) + \frac{2EI}{L} (2\theta_B - \frac{2\Delta}{L}) = 0 \Rightarrow \theta_B = \frac{2}{L} \frac{\Delta}{L}$$

$$\Rightarrow M_{BC} = \frac{2EI}{L} (\frac{2}{L} \frac{\Delta}{L}) = \frac{4}{L^2} EI\Delta$$

۱۴- در قاب نشان داده شده  $L_{BC} = L_{AB} = L$  در صلبیت فرضی هر دو  $EI$  می باشد. اگر در تکیه گاه غلتکی  $C$ ، ضریب اصطکاک برابر  $f$  باشد، عکس العمل قائم تکیه گاه  $C$  از کدام رابطه حاصل می شود؟

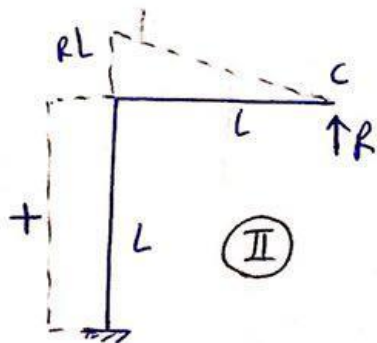
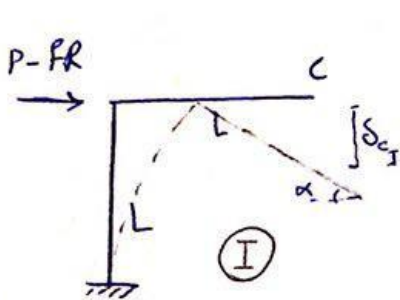
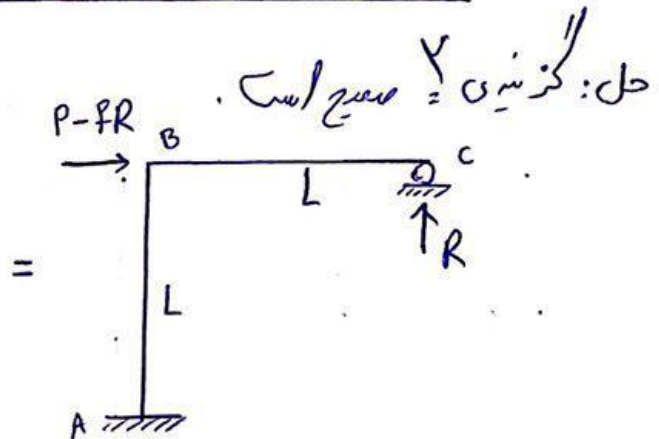
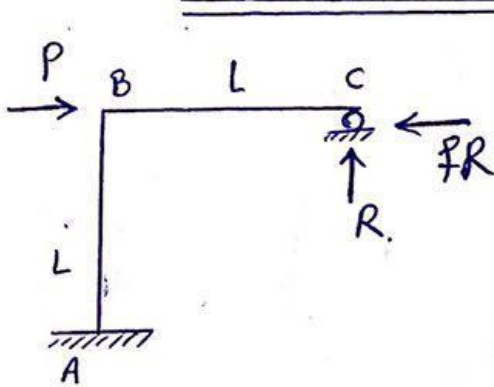


$$\frac{3P}{(3f+1)} \quad \text{«۲»}$$

$$\frac{3P}{(f+1)} \quad \text{«۱»}$$

$$\frac{P(3+2f)}{(1+4f+f^2)} \quad \text{«۴»}$$

$$\frac{P(3+2f)}{(1+3f)} \quad \text{«۳»}$$



$$\delta_{C_I} = \frac{(P - fR)L^2}{2EI} \times L$$

$$\delta_{C_{II}} = \frac{(RL \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{3}L)}{(RL \times L \times \frac{L}{EI})} + \frac{f}{3} \frac{RL^2}{EI}$$

$$\delta_{C_I} = \delta_{C_{II}} = \frac{(P - fR)L^3}{2EI} = \frac{f}{3} \frac{RL^3}{EI}$$

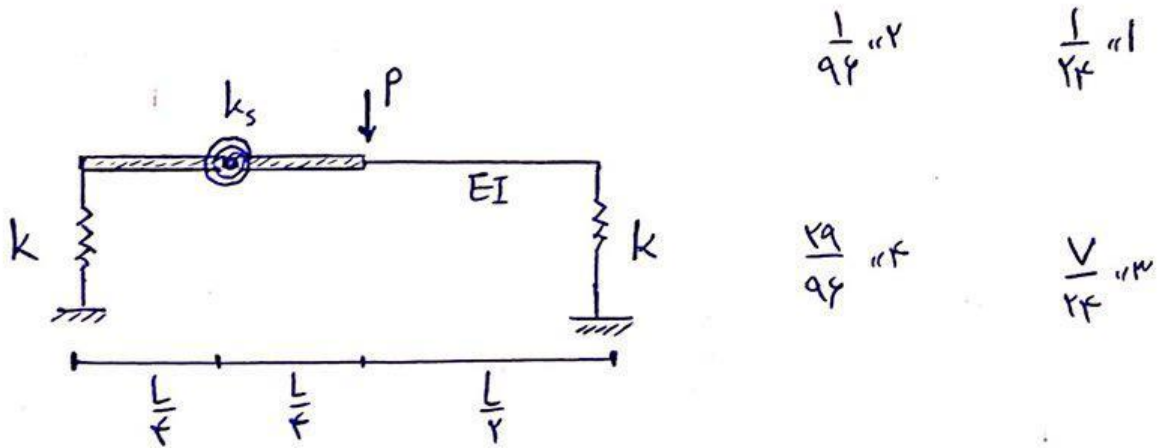
$$\Rightarrow R = \frac{3P}{3f+1}$$

۱۴- در تیر مطابق شکل، صلبیت خمشی در تیر راست برابر  $EI$  بوده و تیرهای چپ آن

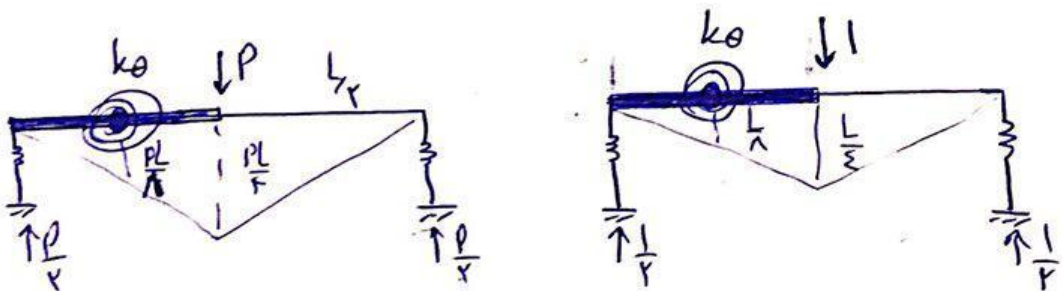
از دو سمت صلب که با فنردرانی با سختی  $k_{\theta} = \frac{EI}{2L}$  به هم متصل هستند، شکل

شده است. تکیه‌گاه‌ها نیز فنری و با سختی قائم  $k = \frac{4EI}{L^3}$  می‌باشند. تغییر مکان

قائم وسط دهانه در فریبی از  $\frac{PL^3}{EJ}$  است؟



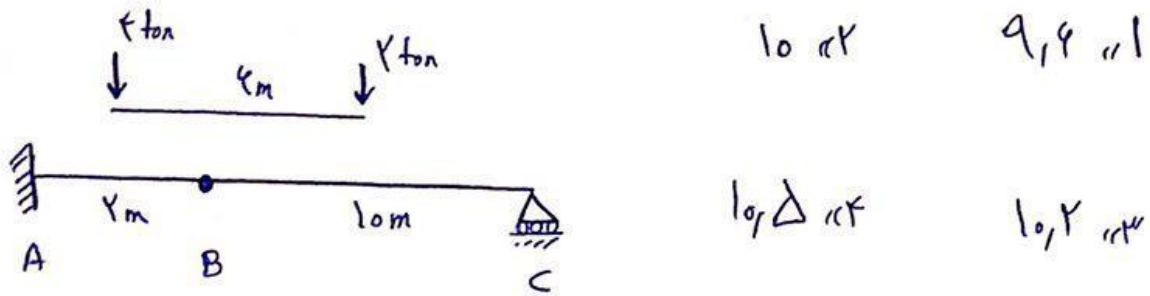
حل: گزینی ۳ صحیح است. با استفاده از روش کار مجازی:



$$\delta_{VB} = \int \frac{m \cdot \bar{m}}{EI} dx + \sum \frac{F \bar{F}}{k} + \frac{M \bar{M}}{k_{\theta}}$$

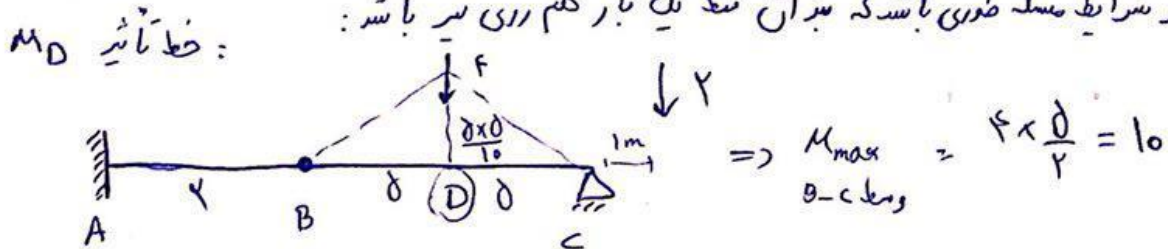
$$\Rightarrow \delta_{VB} = \left[ \frac{PL}{4} \times \frac{L}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{EI} \times \frac{L}{4} \times \frac{L}{4} \right] + 2 \left[ \frac{P}{4} \times \frac{1}{4} \right] + \left[ \frac{PL \times L}{\frac{EI}{2L}} \right] = \frac{V}{4} \left[ \frac{PL^3}{EI} \right]$$

۱- چنانچه وسیله انتقالی با پریخ‌های مطابق شکل از روی تیر ABC عبور کند، قدر مطلق حداکثر گشتاوی در تیر چند تن-متر برآوردی شود؟

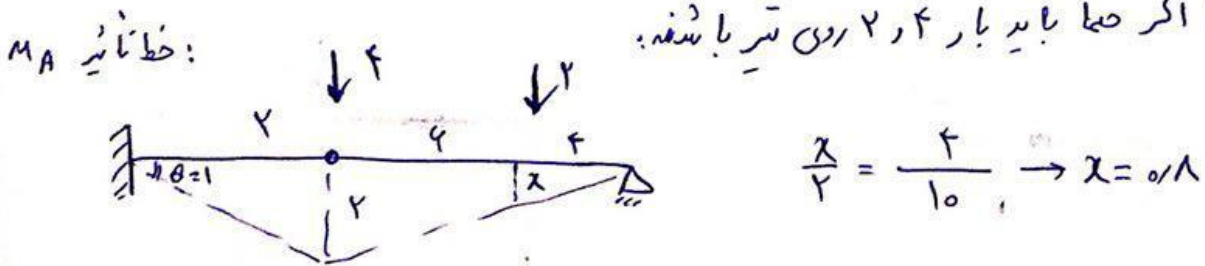


حل: گزینی = صیح است.

\* اگر شرایط مسئله طوری باشد که بدان نقطه بار هم روی تیر باشد:



\* اما اگر خط باید بار 2 و 4 روی تیر باشد:



$\Rightarrow M_{max A} = (F \times 2) + (2 \times 0,8) = 9,4$



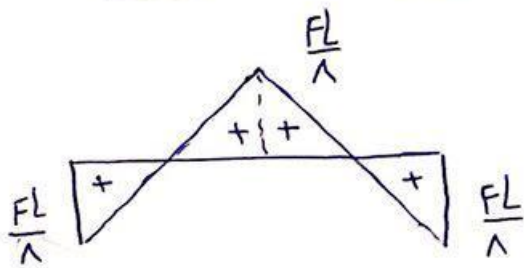
۱۲- چنانچه تیر دو سر گیردار AB به طول دهانه  $L$ ، تحت اثر نیروی متحرک  $F$  در وسط دهانه قرار گیرد، نسبت لنگر وسط دهانه به لنگر در معالی به فاصله یک سوم از تکیه‌گاه ۰، کدام است؟

۳/۴

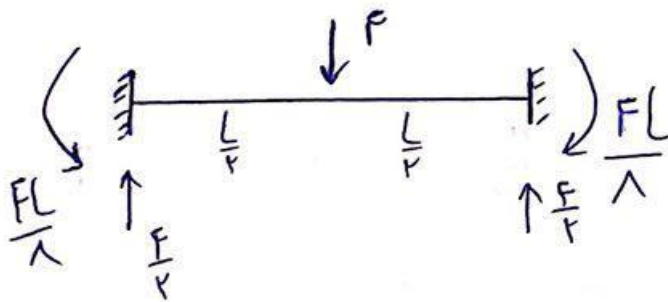
$\frac{1}{3}$

۲/۵

$\frac{1}{3}$



حل: گزینوی = صیح است.



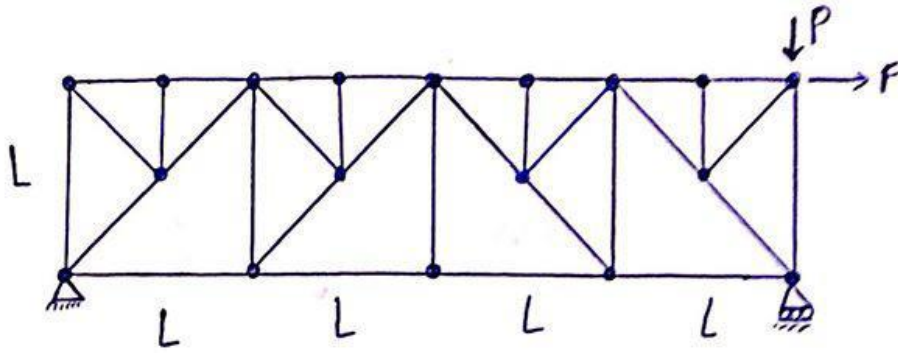
از تیرهای معروف  
فضی  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left( \begin{array}{c} \text{---} \\ \uparrow \frac{F}{2} \\ \text{---} \end{array} \right) \begin{array}{c} M' \\ \curvearrowright \end{array} \Rightarrow M' + \frac{FL}{8} = \frac{F}{2} \left( \frac{L}{2} \right) \rightarrow M' = \frac{FL}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{M_{\text{وسط دهانه}}}{M'} = \frac{\frac{FL}{8}}{\frac{FL}{24}} = 3$$

۱۷- در ضربان مطابق شکل زیر اثر دو نیروی  $P$  و  $F$  ، چند عضو صفر نیرویی ممکن است

و عدد داریم ؟



۹ ص

۱۰ ص

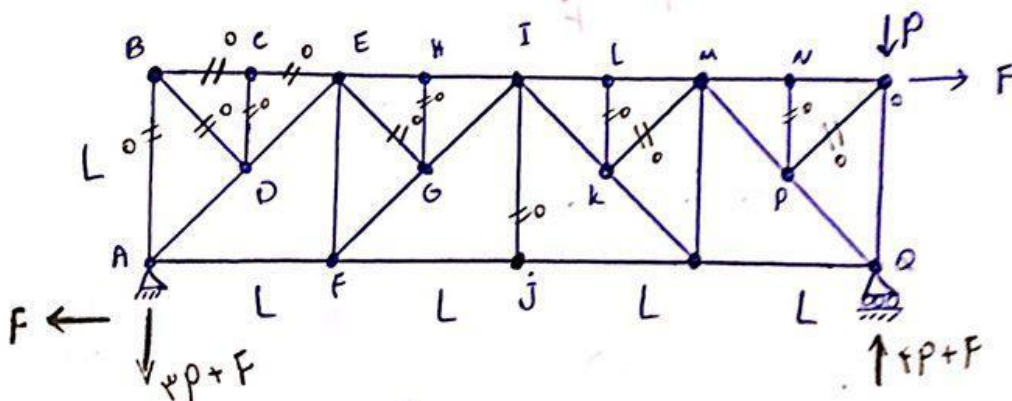
۱۱ ص

۱۲ ص

@phd\_omran

حل: گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۱۲ عضو صفر نیرویی داریم.



① ابتدا عضوی  $np$  ،  $Lk$  ،  $HG$  ،  $CD$  ، صفر نیرویی گفتیم [این مفصل دوسه میله که در میله در ابتدا هم اند]

② همین عضوها  $op$  ،  $mk$  ،  $EG$  ،  $BD$

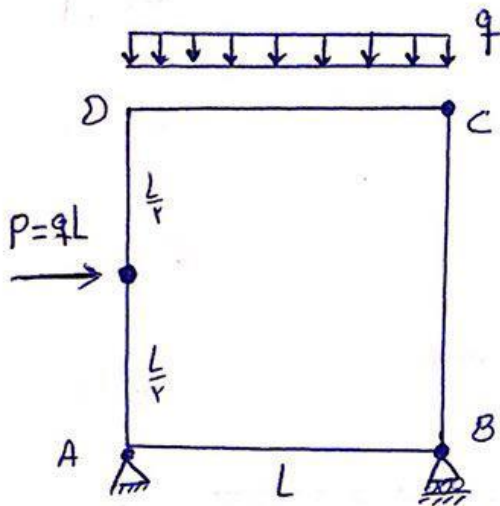
③ عضو  $I$

④ عضوی  $BC$  و  $AB$  [این مفصل دوسه میله]

۱۲ }  
عضو

⑤ عضو  $CE$

۱۸- در قاب بندی مقابل، قدرظان گستر در نقاط A, D کدام است؟



۱-  $M_D = 0$  ,  $M_A = \frac{qL^2}{2}$

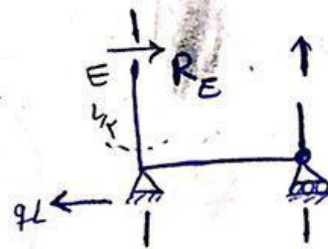
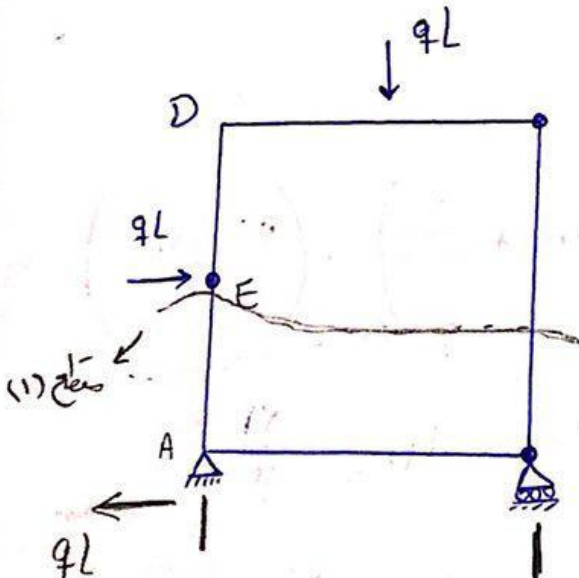
۲-  $M_D = \frac{qL^2}{2}$  و  $M_A = 0$

۳-  $M_D = \frac{qL^2}{2}$  ,  $M_A = \frac{qL^2}{2}$

۴-  $M_D = 0$  و  $M_A = 0$

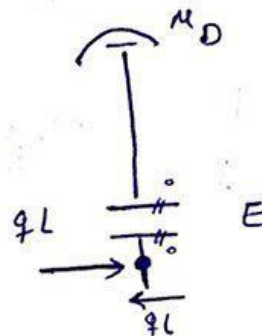
حل: گزینی = صحیح است.

متغیر! :



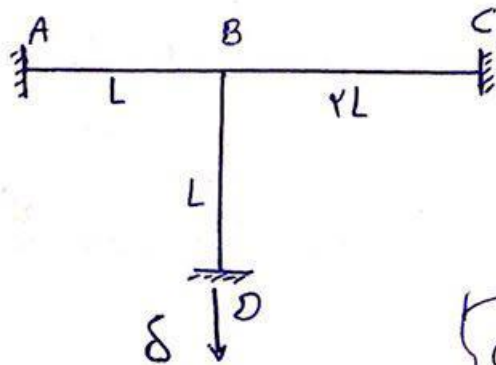
$R_E = qL \Rightarrow M_A = \frac{qL^2}{2}$

عبر DE :



$M_D = 0$

۱۹ - در قاب مطابق شکل، صلبیت محلی همه اعضا  $EI$  و ثابت می باشد. در اثر نشست قائم  $D$  به اندازه  $\delta$ ، گشتاور تکیه گاه  $A$  چه صریبی از  $\frac{EIS}{L^2}$  است؟



@phd\_omran

۲، ۱ « ۱

۴، ۱ « ۲

۵، ۱ « ۳

۶ « ۴

حل: از نیروی ۳ صریح است.  
با استفاده از شیب افت:

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0 \rightarrow$$

$$\left( \frac{2EI}{L} \left[ 2\theta_B - \frac{3\delta}{L} \right] \right)_{AB} + \left( \frac{2EI}{2L} \left[ 2\theta_B + \frac{3\delta}{2L} \right] \right)_{BC} + \left( \frac{2EI}{L} (2\theta_B) \right)_{BD} = 0$$

$$\Rightarrow 4\theta_B - \frac{4\delta}{L} + 2\theta_B + \frac{3\delta}{L} + 4\theta_B = 0 \Rightarrow 10\theta_B = \frac{4}{L} \delta$$

$$\Rightarrow \theta_B = \frac{4}{10} \frac{\delta}{L} \quad M_A = \frac{2EI}{L} \left( \theta_B - \frac{3\delta}{L} \right) = \frac{2EI}{L} \left( \frac{4}{10} \frac{\delta}{L} - \frac{3\delta}{L} \right)$$

$$\Rightarrow M_A = 5,1 \frac{EIS}{L^2}$$

۲- در زیر مطابق شکل که ثابت خمشی ثابت و برابر  $EI$  می باشد، محاسبه کنید

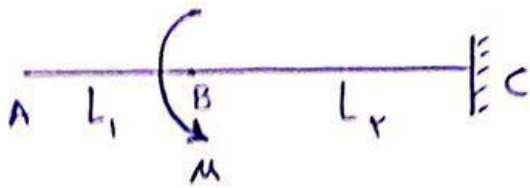
لنگر مقرر کننده در  $B$ ، مقدار جابجایی در  $A$  از کدام رابطه درست می آید؟

$$۱- \frac{\mu(L_r^2 + 2L_1L_r)}{2EI}$$

$$۲- \frac{\mu(L_r^2 + 2L_1L_r)}{2EI}$$

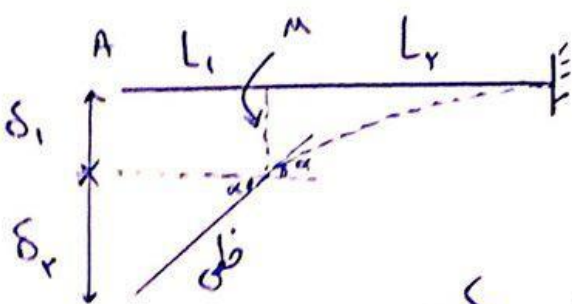
$$۳- \frac{\mu(L_1 + L_r)^2}{2EI}$$

$$۴- \frac{\mu(L_1 + L_r)^2}{EI}$$



@phd\_omran

حل: گزینه ۱ = صحیح است.



$$\delta_1 = \frac{\mu L_r^2}{2EI}, \quad \alpha = \frac{\mu L_r}{EI}$$

$$\Rightarrow \delta_A = \delta_1 + \delta_r = \frac{\mu L_r^2}{2EI} + \frac{\mu L_r}{EI} \times L_1$$

$$\Rightarrow \delta_A = \frac{\mu}{2EI} (L_r^2 + 2L_1L_r)$$